

## OECD/PISA における数学的リテラシー評価問題の特徴

(研究会実施日:2007年8月21日)

講師: <sup>しみず</sup>清水 <sup>よしのり</sup>美憲 [筑波大学大学院人間総合科学研究科准教授]

研究領域 || 数学教育学を専攻。数学的リテラシーの評価方法,数学科授業の比較文化的研究,学習者の数学的思考に関する認知的研究などを展開している。

経歴  
所属学会 || 東京学芸大学教育学部助手,同助教授,インディアナ大学客員研究員等を経て,現在,筑波大学大学院人間総合科学研究科准教授  
日本数学教育学会,日本教育学会,日本科学教育学会,日本教材学会,日本認知科学学会, American Educational Research Association, 数学教育心理学国際学会(国際委員)

著書 ||  
・『算数・数学教育における思考指導の方法』,東洋館出版社,2007  
・『世界をひらく数学的リテラシー』(共編著),明石書店,2007  
・ Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective. (共編著) Sense Publishers. 2006  
・ Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around the World. (共著) Sense Publishers. 2006

### 概要

OECD「生徒の学習到達度調査」(略称:PISA)における「数学的リテラシー」の評価の枠組み,評価問題例,調査結果を概観し,「数学的リテラシー」評価問題の特徴を考察した。OECD/PISAの枠組みは,学習者が用いる数学的過程を支える能力群を明示的に示していること,事象を考察する際の包括的な数学的なアイデアという観点から数学的内容を整理する方法を提示していること,そして問題が埋め込まれている状況や文脈を生徒の立場から整理し,生徒が学習した数学的知識や技能がはたらく問題場面の「正統性」を確保しようとしていること等に特徴がある。このような特徴は,例えばわが国の全国学力・学習状況調査の問題構成の枠組みや出題された調査問題にも,数学的過程の評価という点からみた共通点として確認することができる。

## 「評価」の意味：Assessment と Evaluation

わが国の数学教育の研究・実践においては、「評価」という用語が様々な意味で用いられている。全米数学教師協議会(National Council of Teachers of Mathematics, 以下 NCTM と略記)による『学校数学のための評価のスタンダード』では、いずれも「評価」と訳出されることの多い2つの用語「アセスメント(assessment)」と「評価(evaluation)」が、次のように明確に区別されている。

すなわち、前者の“Assessment”は、「算数についての子どもの知識や彼らが算数を使う能力、算数に対する子どもの傾向についての証拠を集め、様々な目的のためにその証拠に基づいて推測をする過程」である。これに対し後者の“Evaluation”は、「注意深い吟味と判断とに基づいて、あることからの価値を決定する、または価値を指定する過程である」とされる。

NCTM の『学校数学のための評価のスタンダード』は、前者の「アセスメント」のあり方を示した文書であり、次の4項目からなる活動の目的のそれぞれについて、このアセスメントがいかにより用いられるべきかというあり方を示している。

- ・子どもの進歩を注意深く見守る
- ・指導に関する意思決定をする
- ・子どもの出来具合を評価する
- ・教育課程を評価する

このように目的を分けてとらえてみると、評価に含まれるいくつかの要素がみえてくる。結局、評価とは、当該の教育行為が、その目標に照らして適切に行われているか、またその行為が子どものいかなる進歩をもたらすものであるかを把握して、指導の改善のための意思決定をしたり、必要があれば教育課程の改善を行ったりするものであることが明らかになる。

以下で検討する国際的な学力調査は「アセスメント」の意味での評価であるが、その方法自体は本来多様なものが考えられる。実際、学習過程の観察、レポート、探求課題、Open-ended tasks、グループによる活動、数学

的作文、ポートフォリオなど、様々な方法を考えることができる。国際調査では、国際的に比較可能な指標を作成するという調査目的や、実施上の様々な制約により、ペーパーテストの形式がとられており、調査の結果は、この制約の中で解釈されるべきである。また、他の評価方法も当然視野に入るはずである。

## OECD/PISA の枠組み

経済協力開発機構(Organisation for Economic Co-operation and Development, 以下 OECD と略記)による「生徒の学習到達度国際調査」(Programme for International Students Assessment, 以下 PISA と略記)は、義務教育終了段階での生徒の学習到達度を国際比較し、教育政策に反映させるための事業である。これは、OECD 加盟各国の教育制度・政策を比較するための様々な指標を「国際教育インディケータ事業」によって明らかにし、国家の教育制度・政策に基づく営み(インプット)に対する教育成果(アウトプット)を、国際的に比較可能な指標によって測定する事業である。

この OECD/PISA は、読解力・数学・理科の3領域について、3年を1サイクルとして9年間にわたって実施される壮大なプロジェクトである。我が国のマスメディアでも大きく取り上げられたように、すでに2000年及び2003年調査の結果が公開され、2006年調査の結果報告が2007年12月に予定された。

上記のように、OECD/PISA では、教育の営みのアウトプットの水準を明らかにするねらいから、児童・生徒が学校で学ぶ知識や技能の定着の程度よりも、そのような知識や技能が実生活の様々な場面で活かせるようになっているかどうかに関心を当てて評価を行う。この特徴は、我が国の算数・数学教育に対し、非常に斬新な視点を提供しているとみられる。

以下では、数学調査の評価の枠組み、例示問題、そして調査結果を概観し、PISA における数学的リテラシー評価問題の特徴を確認する。

### (1) 「数学的リテラシー」とその評価

OECD/PISA の評価問題の作成・検討過程では、「PISAらしい問題」という言葉がしばしば用いられた。この表現は、もう一つの大規模国際調査 TIMSS(国際数学・理科教育動向調査)のねらいと対比的に用いられたものである。すなわち、TIMSS が児童・生徒が学校で学ぶ知識や技能の定着を評価しようとするのに対し、OECD/PISA は、彼らが学んだ知識や技能が実生活の様々な場面で生かせるようになっているかどうかに関心を当てて評価を行おうとする。

したがって、評価問題の作成においては、生徒にとっての実生活における知識や技能の活用が重要な意味をもつ。この点で、「PISAらしい問題」とは、実生活の問題を含む数学内外の多様な問題場面で、生徒が情報を的確に読みとって、それを数学的に解釈・表現し、判断を下す力を評価する問題であり、「数学的リテラシー」の評価が意図された問題である。

OECD/PISA の焦点は、このような意味での「数学的リテラシー」の評価にあり、義務教育の終了時に当たる 15 歳児の生徒が、学校数学で学ばれる数学的知識や技能を、数学内外の多様な問題場面で「役立つように使えるかどうか」を調べ、その科学的な指標を提供することが焦点である。

ここで、「数学的リテラシー」は、次のように規定されている。

「数学が現実で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力」(国立教育政策研究所、2004a, p.16.)

この規定からもわかるように、「数学的リテラシー」の意味には、数学を活用して判断すること、数学を用いてコミュニケーションすること、事象を数学的な観点から把握すること、数学の果たす役割やその意義を知ること等までが想定されている。つまり、いわゆる「識字力」に当たる狭義の「リテラシー」概念とは異なり、数学が役に立つように使えるか、また数学自体の意義を理解しているかな

どを含め、より広い立場から意味が規定されていることがわかる。また、「建設的で関心を持った思慮深い市民として」という表現にみられるように、数学の単なる実用的価値を主張するものではないことに注意する必要がある。このことは、実際の評価問題例をみると、一層明確になる。

PISA2003 数学調査では、この「数学的リテラシー」の評価に理論的根拠を与える枠組みが提示されており、Table 1 に示すように、それは次の3つの構成要素からなる(OECD, 2003)。

Table1 PISA 数学調査の枠組み

状況あるいは文脈 ( <i>situations or contexts</i> ) 数学的内容：包括的アイデア ( <i>overarching ideas</i> ) 数学的過程：力量群 ( <i>competency clusters</i> )
---

同時に調査が行われる読解力と理科の領域でも、Table 1 の文脈、内容、過程に該当する3つの次元から各領域でのリテラシーをとらえる枠組みが作成されている。それぞれの領域で対応する3つの構成要素は、次の通りであった。読解力：テキストの形式、項目の特徴(読解の過程)、状況(テキストの用途)。理科：科学的知識あるいは概念、科学的過程、状況あるいは文脈。なお、2003年調査で教科横断的な領域として付加的に行われた「問題解決」領域の構成要素は、「問題タイプ」(意思決定、システム分析と設計、トラブルシューティング)、「問題の文脈」、「問題解決過程」の3つであった(OECD, 2003)。

以上のように、いずれの領域においても、生徒が身につけている「生きてはたらく知識や技能」を評価するために、そのような力を多次元的にとらえようとする枠組みが設定されていることが特徴的である。

### (2) 評価枠組みの前提としての数学化

「数学的リテラシー」を身の回りの問題場面における数学的知識や技能の活用という点からとらえる際に、鍵となるのは数学化( *mathematisation* )の過程である。数学調

査の枠組み全体は、この数学化について、Table 2 のような5つの下記過程からなる数学的プロセスを前提として構想されている(OECD, 2003, pp.38-40)。

この数学化過程への着目は、数学が活用される活動の全体のなかで、それぞれの局面が果たす役割に改めて目を向けさせてくれる。また、それは、伝統的な数学教育が、ともすると「数学の問題を解決する」のみに焦点を当てて行われてきたのではないかと、問題提起をするものと受け止めることができる。

Table2 数学化の過程

現実性に根ざした問題から始める。  
 数学的概念によってその問題を組織し、問題に関連する数学を同定する。  
 仮定をおいたり一般化・形式化したりする過程を通して、徐々に問題の現実性を取り除いていく。このことによって状況の数学的特徴づけが進み、現実世界の問題を、状況を忠実に表現する数学の問題に変換する。  
 数学の問題を解決する。  
 現実的状况からみて、数学的な解の限界を特定することを含め、その解の意味を考える。

このような数学的活動という広い視野から算数・数学の学習をとらえる見方は、我が国でもすでに島田ら(1977)の研究などで示されている。OECD/PISAの枠組みによって、算数・数学の学習過程を広い立場からとらえることの重要性を改めて確認することができる。

### (3)問題が埋め込まれた状況や文脈

上記のような広い立場からとらえられた数学的リテラシーの評価において焦点となるのは、数学内外の様々な状況や文脈で数学を用いて問題を解決する過程で必要となる諸能力である。

それゆえ、OECD/PISA 数学調査の枠組みでは、生徒が取り組む問題が埋め込まれた場

面の状況や文脈を、評価問題の主要な構成要素の1つとしている。この状況や文脈は、PISAの調査問題において生徒が数学を使う場面に「本物としての正統性」(authenticity)を与えるという意味で、非常に重要な構成要素である。

ここで、「状況」は、ある問題が埋め込まれた場面が生徒個人の生活からみてどの程度近い(遠い)かによって、以下のような4つの問題場面に整理されている。すなわち、個人的な生活上の場面、教育(学校生活)の場面、職業や趣味に関わる場面、地域社会などの公的な場面、科学における場面の4つである。

一方、「文脈」についても様々なものが考えられるが、数学調査枠組みには、「金銭」について「預金口座の利率」を考えるとといった文脈の問題例が示されている。また、「数学内」で「正統性」をもった問題か、「数学外」の問題かも調査問題の開発で重要な文脈であることが確認されている。

ここで、OECD/PISAの公開問題例を検討しておこう。Table 3の「心拍数」の問題は、2題の小問で構成される問題の前半部分である。

この問題は、公的あるいは個人的な状況として想定された問題であり、スポーツや健康に関する文脈の問題である。

Table3 心拍数の問題

私たちは、健康のため、たとえばスポーツ中に、一定の心拍数を超えないように、体の動きを制限すべきです。

長い間、人間の1分間当たりの望ましい最大心拍数と年齢との関係は次の公式によって表されていました。

$$1 \text{ 分間当たりの望ましい最大心拍数} = 220 - \text{年齢}$$

最近の調査で、この公式に多少の修正を加えなければならぬということがわかりました。新しい公式は次の通りです。

$$1 \text{ 分間当たりの望ましい最大心拍数} = 208 - 0.7 \times \text{年齢}$$

ある新聞に次のような記事が出ました。「旧公式の代わりに新公式を使った結果、若年層の1分間当たりの望ましい最大心拍数は少し減少し、年長者の1分間当たりの望ましい最大心拍数は少し増加した。」

新公式を使うようになってから、1分間当たりの望ましい最大心拍数が増加したのはどの年齢からですか。あなたの考えも式も示してください。

(出典:国立教育政策研究所編「PISA2003年調査評価の枠組み」ぎょうせい、2004年)

この問題は、ある国で実際に新聞に掲載された記事に基づいており、用いる数式自体は単純である。生徒は、自分の年齢の場合についての最大心拍数を2つの公式から求めて比較してみるかもしれないし、2つの公式から得られる最大心拍数が一致する年齢を式変形で見出すかもしれない。いずれにせよ、問題を解くためには様々な解釈が要求され、この意味で、数学的リテラシーを評価するのに、適した問題であるといえるだろう。

ここで注意しなければならないのは、調査問題は、問題のセット全体で、数学的リテラシーを評価するように構成されていることである。すなわち、公開された問題例について検討する場合、それがそのような状況や文脈で、どのような包括的アイデアに該当する問題で、生徒のどのような力量を想定した問題かを、確認する必要がある。

OECD/PISAのような大規模国際調査の結果の報道では、公開された調査問題が一部分の数例であっても、それらのみで全体を代表するかのように象徴的に扱われる傾向があり、この点には注意が必要なのである。

#### (4) 事象の考察における主要な数学的アイデア

前述の通り、OECD/PISAの焦点は、生徒がどのような知識や技能をもっているかを調べるのではなく、彼らがそのような知識や技能を現実の場面でいかに使えるかを調べることにある。そのために、評価問題の数学的内容についても、従来のような学校数学カリキュラムの領域や分野に基づくとらえ方よりも、身の回りの事象にアプローチする際に用いられる基本的かつ包括的な数学的アイデアに第一義的な焦点が当てられている。

この焦点化の仕方は、全く新しいというも

のではなく、これからの時代の数学教育のあり方についてすでに提示されてきた考え方に基づいている。すなわち、これからの時代の数学教育では、従来から重視されてきたような計算技能の習得や公式の記憶よりも、身の回りの事象にみられるパターンや形の特徴、量、変化の様子などを数学的に読み解き、把握する力に焦点を当てることこそが重要だという考え方である。

そのような数学的アイデアとして、例えば、「次元」、「量」、「不確実性」、「形」、「変化」などの基本的な数学的観点から、身の回りの事象に対する数学的方法の役割をとらえ、数学カリキュラムの内容の見直しを行うことが提案されている(Steen, 1990)。

OECD/PISAでは、身の回りの事象にアプローチする際のこのような数学的アイデアを第一義的に考えるという姿勢を示すために、「大きなアイデア」(big ideas, OECD, 1999, 2000)、「現象学的カテゴリー」、「包括的アイデア」(overarching ideas, 2003, 2004)などの呼称を用いてきた。

そして、そのような包括的な数学的アイデアの具体的項目も、これまでに整理・統合されてきた。例えば、2000年調査では、「偶然性(chance)」、「変化と成長(change and growth)」、「空間と形(space and shape)」、「量的推論(quantitative reasoning)」、「不確実性(uncertainty)」、「依存と関係(dependency and relationships)」の6項目(OECD, 1999)が「大きなアイデア」とされた。そして、2003年調査では、以下のような4項目の「包括的アイデア」が取り入れられた(Table 4)。例えば、「量」には、現実事象におけるある量の測定における数値化、数や量の相対的な大きさ、数のパターン、数感覚や演算の意味理解、そしてそこで用いられる「量的推論」などが含まれ、暗算や見積もりをすることも含まれる。

Table4 数学的内容をとらえる観点

- ・「量 (quantity)」
- ・「空間と形 (space and shape)」
- ・「変化と関係 (change and relationship)」
- ・「不確実性 (uncertainty)」

このような項目は、カリキュラムにおける内容の整理の仕方について、新しい観点を提供するものである。OECD/PISA では、従来の学校数学カリキュラムにおける内容領域との対応にも注意しながら、この4つの「包括的概念」のバランスを考えて調査問題の構成を行うのである。例えば、前出の「心拍数」の問題は、「変化と関係」の問題であった。なお、PISA2000 調査では、読解力が主要領域であったため、数学の出題数が少なく、特に「変化と成長」と「空間と形」の2つのアイディアに焦点が当てられていた。

#### (5) 数学的過程を支える能力群

PISA2003 年数学調査の枠組みは、生徒の数学的リテラシーが発揮される過程において、どのような能力を評価するかを記述するためのものである。それゆえ、評価の枠組みの最も重要な構成要素として、そのような過程を支える諸能力、すなわち「能力群 (competency clusters)」が想定されている。具体的には、Table 5 のようなやや一般的・包括的な8項目の能力である。

Table 5 数学的過程に用いられる能力群

思考と推論  
 論証 (argumentation)  
 コミュニケーション  
 モデル化  
 問題設定と問題解決  
 表象  
 記号的・形式的・技術的な言語や操作の使用  
 道具や補助機具の使用

これらの諸能力(コンピテンシー)は、従来の学校数学の目標に、明示的にあるいは暗黙

的に、含まれていたものである。実際、例えばデンマークでは、これらの8つが数学教育の目標の構成要素となっている。

生徒の「数学的リテラシー」の評価では、このように一般的に示された能力(コンピテンシー)について、3つの群に分類して問題をとらえようとしている。

Table 6 能力群による問題の分類

- 「再現」群 (The “reproduction” cluster)
- 「関連づけ」群 (The “connections” cluster)
- 「熟考」群 (The “reflection” cluster)

上記の「再現」群は、数学化を必要としない問題を解決する場合や、ルーティンな計算のように標準化されたテストにおける問題に取り組むのに必要とされる能力である。2000年調査の枠組みでは、「再現、定義、計算」となっていて、基本的な知識や技能を問う問題に対応する。

上記の「関連づけ」群と「熟考」群は、数学化の過程を明示的に含む問題を扱い、前者は標準的な問題解決を、後者は洞察や独自の着想を発揮したやや複雑な問題解決過程や思考過程を含む。2000年調査の枠組みでは、前者は「問題解決のための関連づけと統合」と表現され、後者は「数学化、数学的思考、一般化、洞察」となっていた。後者は、問題解決における反省的な過程を含む高次の思考として特徴づけられる能力である。これらの区別は、それぞれの能力が発揮されることが想定されて出題される問題例を検討することによって明確になる。

#### ・「数学的リテラシー」評価問題の特徴

これまで概観してきたように、OECD/PISAの枠組みは、15歳児の数学的リテラシーを評価するための枠組みである。しかし、数学的リテラシーの意味を明らかにしてその評価をするために立てられた次元(枠組みの構成要素)は、小・中学校における算数・数学教育の目標や内容について考える際にも参考になる。

すなわち、状況や文脈、内容を整理する観点としての包括的な数学的アイディア、そして数学化を根底におく数学的過程において用いられる諸能力(力量群)という3つの次元から、目標や内容について再考することで、我が国の算数・数学教育に対して示唆されることがらがある。

実際、OECD/PISAの枠組みは、数学的リテラシーを身につけるといふことの意味を、基礎的な知識や概念のリストや技能の単なる獲得としてではなく、身の回りの状況や文脈の中で事象を数学の眼でとらえ問題を解決することができるようになること、そしてその過程で用いられる数学的方法とその意義を知ることまで込めて考えることの必要性を示唆している。

このような意味での数学的リテラシーを身につけることによって、身の回りの問題場面で必要な情報を的確にとらえ、根拠をもって判断し、そのような過程を数学的な方法を用いて表現することができるようになるであろう。そして、この一連の過程で用いられる能力は、現代において、またこれからの時代において、ますます重要になるものとみられ、新しい時代の算数・数学教育の目標を設定する上での手がかりを与えてくれる。

一方、OECD/PISAの枠組みは、数学の教育課程における「内容」を考える際に、解析学や幾何学、代数学などのいわゆる「親学問」の分類に基づいて領域や分野の構成を考えるのではなく、考察対象となる当該の事象とそこで用いられる包括的な数学的アイディアという観点から整理することの意義をも示唆している。

L. スティーン(Steen, 1990)も指摘するように、これからの時代の数学教育では、身の回りの事象にみられるパターンや形の特徴を数学的に探り、量について、また変化の様子について数学的に読み解き、それらを数学的に表現して把握する力に焦点を当てることが重要である。

さらに、OECD/PISAの枠組みでは、数学的リテラシーの用いられる場面で発揮される8つの「力量群」が枠組みの重要な構成要素となって明示的に示されていることが注目さ

れる。これらは、数学的過程を支える下位の諸能力(方法)という側面をとらえたものである。

この「力量群」がOECD/PISAの枠組みで評価における重要な構成要素として位置づけられていることは、このような諸能力を算数・数学科の教育課程に明示することの必要性と意義を示唆している。すなわち、このような諸能力を、例えば「数学的思考力」や「数学的表現力」、そして「数学的モデル化能力」や「数学的コミュニケーション能力」のように明示し、それらが用いられる具体的な内容と関連させた形で、教育課程における指導内容として位置づけることを検討してよいのではないだろうか。

以上のように、数学的過程を支える諸能力に着目して、それらを指導事項として明示的に位置づけることの必要性と意義が、OECD/PISAの「数学的リテラシー」論から示唆されるのである。

## ・ 数学的プロセスの評価に向けて

数値・表やグラフ、形など身の回りにあふれる情報を数学の眼で正しくとらえて解釈し、その解釈に基づいて的確な判断を下す力は、これからの時代に一層重要になる。したがって、表・式・グラフなどの数学的な表現を活用して身の回りの事象を考察すること、また逆に、表・式・グラフなどの数学的表現から事象に引き戻して情報を正しく読みとり、それに基づいて判断することなど、指導においては事象の数理的な考察を一層重視していく必要がある。以下に、このような力に関わるPISA数学調査の結果を確認してみよう。

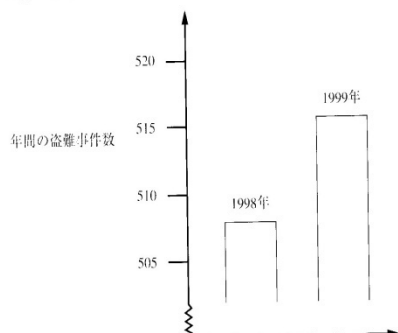
### (1) 表やグラフから適切に情報をよみとること

PISA2003年調査の「盗難事件」(Figure 1)は、一部が省略されたグラフから、盗難事件の発生数の増加の傾向を把握する問題であった。日本の生徒の平均正答率は29.1%で、OECD加盟国平均の29.5%よりも低かった。また、フィンランドの生徒の平均正答率は45.8%であった。



盗難事件

あるTVレポーターがこのグラフを示して、「1999年は1998年に比べて、盗難事件が激増しています」と言いました。



このレポーターの発言は、このグラフの説明として適切ですか。適切である、または適切でない理由を説明してください。

Figure 1 盗難事件の問題

(出典: 国立教育政策研究所編「生きるための知識と技能2」ぎょうせい, 2004年)

同様な問題には、「輸出」(日本の平均正答率 64.6%; OECD 平均正答率 78.7%), PISA2003 予備調査問題「二酸化炭素排出量の減少」, PISA2003 枠組みの例示問題「犯罪の増加」などがある。

これらの問題は、与えられた表やグラフから適切に情報を読み取ることが求められる問題である。このような力の育成が、日本の数学教育における課題となっている。

(2) ある判断のもとにいくつかの要素を組み合わせて結果を求めること

PISA2003年数学調査の「スケートボード」の問1は、それぞれ数種類あるスケートボードの部品の価格リストに基づいて、最高価格と最低価格を求めるものであった(Figure 2)。

問題自体は、部品ごとに最小と最大の価格を選び、それぞれ加えるだけの単純なものであったが、この問1の通過率は、OECD加盟国の平均正答率が66.7%であったのに対し、我が国の生徒の平均正答率は54.5%であった。

この問題のように、与えられた数について単純に計算をしてその結果を求めるのではなく、ある価格の最大や最小を求めることのように、いくつかの情報を組み合わせて結果を求め、それに基づいて判断を下す力も大切である。

スケートボード

浩二さんはスケートボードが大好きです。彼はスケボーファンという店に相談を調べにやってきました。

この店では、既製品のボードを買うこともできますが、デッキと製、車輪4個のセット、トラックの2個セット、金具のセットを別々に買って、オリジナルのボードを組み立てることもできます。

次の商品の価格は次の通りです。

商品	価格 (セツ)	
既製品のスケートボード	87,84	
デッキ	40,60,85	
車輪4個のセット	14,36	
トラック2個のセット	8	
金具のセット (ベアリング、ゴムパッド、ボルトとナット)	88,20	

Figure 2 スケートボードの問題 (PISA2003)

(出典: 国立教育政策研究所編「生きるための知識と技能2」ぎょうせい, 2004年)

(3) 全国学力・学習状況調査における数学的プロセスの評価

平成19年4月24日には、全国学力・学習状況調査が実施された。平成18年12月に公表された予備調査問題と本調査で使用された問題には、数学的リテラシーの評価という観点から興味深いものがある。特に、「主として『活用』に関する問題」では、「知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や、様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などに関わる内容」が出題されている。

例えば、数学B「サッカー大会」の問題では、出題の趣旨が以下のように述べられている(国立教育政策研究所教育課程研究センター, 2007)。

「表により与えられた数値や情報をよみとり、次のことができるかどうかをみる。

- ・与えられた情報を的確に処理すること
- ・問題解決のための構想を立てたり、その構想を振り返って改善したりすること
- ・ことがらが成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明すること」



3 あるサッカー大会では、5チームが他のすべてのチームと1回ずつ試合をし、下の表のような結果になりました。

	勝った試合数	負けた試合数	引き分けた試合数
Pチーム	2	2	0
Qチーム	3	1	0
Rチーム	2	0	2
Sチーム	0	3	1
Tチーム	1	2	1

この大会では、次のようにして順位が決まりました。

順位の決め方

1試合ごとに勝ったチームに3点、負けたチームに0点、引き分けると両チームに1点ずつ与え、合計点数の多いチームを上位として順位を決める。



Figure 3 数学 B (サッカー大会)

(出典:文部科学省「平成 19 年度全国学力・学習状況調査」中学校第3学年数学 B)

ここに述べられている出題の趣旨は、数学科の教科内容の観点からではなく、用いられる能力(プロセス)の観点から示されていることに注目したい。ここでは、OECD/PISAにおける数学的リテラシーの評価と同様、この問題に取り組む学習者が問題解決の過程でどのような力を求められるかを明示的に示しているのである。

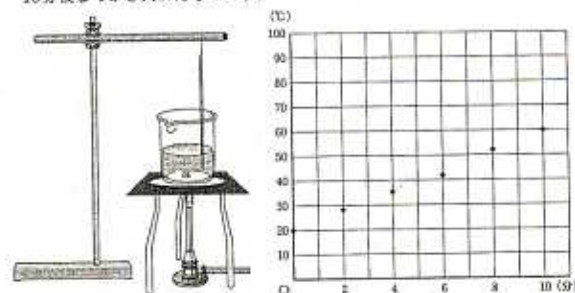
また「ことがらが成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明すること」は、記述式の問題を一定の割合で導入するという意図に基づいており、数学 B の問題では、大問ごとに「理由の記述」、「ことがらの記述」、あるいは「方法の記述」のいずれかが求められる。

一方、数学 B 「水温」の問題は、現実事象の数学化を求める問題であり、出題の趣旨が以下のように述べられている(国立教育政策研究所教育課程研究センター、2007)。

「2つの数量の変化の様子をよみとり、次のことができるかどうかをみる。

- ・日常的な事象を理想化したり、単純化したりしてその特徴をとらえること
- ・ことがらの特徴を的確にとらえて説明すること
- ・問題解決の方法を数学的に説明すること」

5 理科の授業で、水を熱したときの水温の変化を調べる実験をしました。右下の図は、水を熱し始めてからの時間と水温の関係を、2分ごとに10分後までかき入れたものです。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 水を熱し始めてから10分後の水温は何度ですか。

(2) 洋子さんは、このグラフを見て、「水を熱し始めてから $x$ 分後の水温を $y$ °とすると、 $y$ は $x$ の一次関数とみることができる。」と考えました。「 $y$ は $x$ の一次関数とみることができる」のは、グラフのどのような特徴からですか。その特徴を説明しなさい。

Figure 4 数学 B (水温)

(出典:文部科学省「平成 19 年度全国学力・学習状況調査」中学校第3学年数学 B)

この問題では、グラフに示された水温の測定値がほぼ一直線上にあるものとみなし、1次関数をモデルとして事象の特徴をとらえることが求められる。設問の(3)では、水温が80度になる時間を求めるための方法を説明することが求められる。

### ・おわりに

OECD/PISA の結果の公表では、数学の「学力」の国際比較による科学的データの提供という側面に報道の焦点が当てられ、平均得点の国際比較などに関心が集まった。しかし、この調査において中核となっているのは、「生きてはたらく数学的な知識と技能」と、その根底にある反省的考察の力や姿勢などをも込めた新しい立場からの「数学的リテラシー」という考え方である。

本稿で述べてきたように、このような大規模国際比較調査の結果をみるに当たっては、単に平均得点の国際順位や経年変化のみに目を奪われることなく、数学教育の立場から、目標論や内容論に関わる観点から十分に吟味する必要がある。また、公開されている豊富な問題例を手がかりに、教室での指導のための教材開発を試みたり、評価問題を作成したりすることも価値ある活動である。

この数学的リテラシーの評価を具体化するための枠組みは、数学教育の目標論や数学学

習の価値論にも波及しうるものである。さらに、公開された問題例とそれに対する日本の生徒による解答類型からみえてくる数学教育の実態などは、教育課程の改善・充実をも示唆するものである。このような調査結果と評価の枠組みを、日本の教育の文脈にふさわしい形で解釈し、数学的過程の評価に生かしたいものである。

#### <引用・参考文献>

- 国立教育政策研究所(2002). 生きるための知識と技能: OECD 生徒の学習到達度調査(PISA)2000年調査国際結果報告書 ぎょうせい
- 国立教育政策研究所(2004a). PISA2003 調査 評価の枠組み: OECD 生徒の学習到達度調査 ぎょうせい
- 国立教育政策研究所(2004b). 生きるための知識と技能2: OECD 生徒の学習到達度調査(PISA)2003年調査国際結果報告書 ぎょうせい
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター(2007). 平成19年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学 国立教育政策研究所
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston: VA, The author.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical, and Scientific Literacy*. Paris: Author.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2001). *Knowledge and Skills for Life: First Results from PISA2000*. Paris: Author.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: Author.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2004a). *Learning for Tomorrow's World: First Results from PISA 2003*. Paris: Author.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2004b). *Problem Solving for Tomorrow's World: First Measures of Cross-Curricular Competencies from PISA 2003*. Paris: Author.
- 島田 茂編著(1977). 算数・数学科のオープンエンドアプローチ 授業改善への新しい提案 みずうみ書房
- Shimizu, Y. (2005). From a profile to the scrutiny of student performance: Exploring the research possibilities offered by the international achievement studies. H. Chick & J. Vincent (eds.) *The Proceedings of 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,1, pp.75-78.
- Steen, L. A. (1990). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. National Academy Press. Washington, DC. (三輪辰郎訳(2000)『世界は数理でできている』丸善)